

Politechnika Wrocławska
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
Instytut Inżynierii Lądowej
Zakład Dynamiki Budowli
rok akadem. 2003/2004
semestr III

Wrocław 21.01.2004 r.

ZADANIE PROJEKTOWE ***STATYKA BUDOWLI***

Prowadzaca
Dr inż. Monika Podwórna

Wykonał:
.....
Nr indeksu

Spis treści:

BELKA

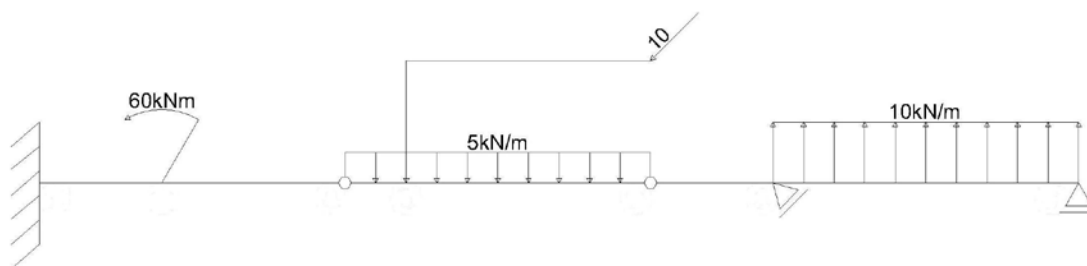
- Sprawdzanie geometrycznej zmienności i statycznej wyznaczalności układu..... 2
- Wyznaczanie reakcji..... 3
- Równania charakterystyczne..... 4
- Wykres momentów sił tnących i zginających 6
- Zasada prac przygotowanych..... 7

RAMA

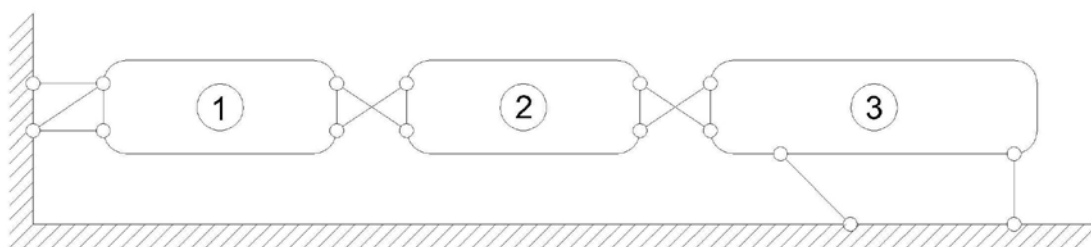
- Sprawdzanie geometrycznej zmienności i statycznej wyznaczalności układu..... 9
- Wyznaczanie reakcji..... 10
- Równania charakterystyczne..... 12
- Wykres momentów sił tnących i zginających 13
- Zasada prac przygotowanych..... 15

KRATOWNICA

- Sprawdzanie geometrycznej zmienności i statycznej wyznaczalności układu..... 17
- Wyznaczanie reakcji..... 18
- Obliczanie sił w prętach metodą analityczną 19
- Zasada prac przygotowanych..... 23
- Obliczanie sił we wszystkich prętach sposobem Cremony..... 24
- Sprawdzenie równowagi węzła..... 26



SPRAWDZENIE GEOMETRYCZNEJ ZMIENNOŚCI I STATYCZNEJ WYZNACZALNOŚCI UKŁADU:



Warunek ilościowy geometrycznej niezmienności:

$$e = 3t$$

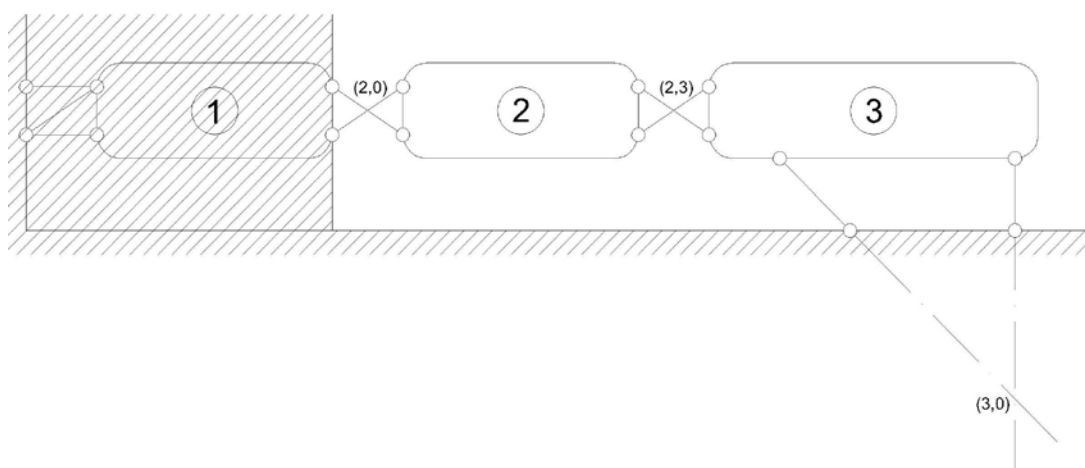
gdzie:

e – liczba wiezi

t – liczba tarcz

$$9 = 3 \cdot 3$$

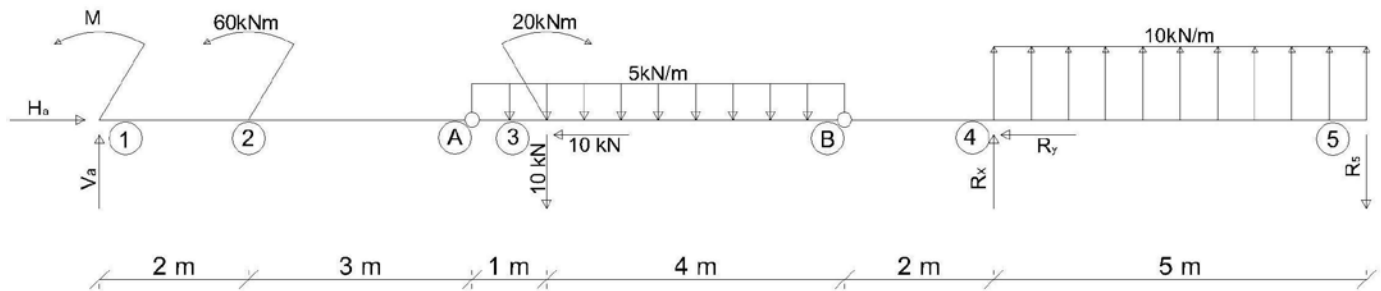
Tarcza pierwsza z ostoją tworzą jedną tarczę. Wynika to z twierdzenia o dwóch tarczach. Jeżeli dwie tarcze połączone są trzema więziami i więzi te nie przecinają się w jednym punkcie ani nie są do siebie równoległe to dwie tarcze można zastąpić jedną.



Tarcza druga, trzecia i ostoja tworzą jedną tarczę. Wynika to z twierdzenia o trzech tarczach. Jeżeli każda z tarcz połączona jest z pozostałymi dwiema więziami i środki chwilowego obrotu nie leżą na jednej prostej ani wszystkie środki chwilowego obrotu nie znajdują się w nieskończoności to układ ten tworzy jedną tarczę.

Wniosek: Układ jest geometrycznie niezmienny i statycznie wyznaczalny.

WYZNACZANIE REAKCJI



Równania równowagi:

$$\begin{array}{ll}
 M_{BP} = 0 & M_{BP} = -2R_X - 10 \cdot 5 \cdot 4,5 + 7R_5 \\
 M_{AP} = 0 & M_{AP} = 5 \cdot 5 \cdot 2,5 + 10 \cdot 1 + 20 - 7R_X - 10 \cdot 5 \cdot 9,5 + 12R_5 \\
 \sum X = 0 & \sum X = H_A - 10 - R_Y \\
 \sum Y = 0 & \sum Y = -V_A + 5 \cdot 5 + 10 - R_X - 10 \cdot 5 + R_5 \\
 M_{AL} = 0 & M_{AL} = -M + 5V_A - 60
 \end{array}$$

$$\begin{cases} M_{BP} = -2R_X - 10 \cdot 5 \cdot 4,5 + 7R_5 = 0 \\ M_{AP} = 5 \cdot 5 \cdot 2,5 + 10 \cdot 1 + 20 - 7R_X - 10 \cdot 5 \cdot 9,5 + 12R_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2R_X - 10 \cdot 5 \cdot 4,5 + 7R_5 = 0 \\ 5 \cdot 5 \cdot 2,5 + 10 \cdot 1 + 20 - 7R_X - 10 \cdot 5 \cdot 9,5 + 12R_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2R_X + 7R_5 = 225 \\ 62,5 + 30 - 7R_X - 475 + 12R_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2R_X + 7R_5 = 225 \\ -7R_X + 12R_5 = 382,5 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} 25R_5 = 810 \\ R_5 = 32,4 \text{ kN} \end{array}$$

$$\begin{cases} -14R_X + 49R_5 = 1575 \\ 14R_X - 24R_5 = -765 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} 14R_X - 24 \cdot 32,4 = -765 \\ 14R_X = 12,6 \\ R_X = 0,9 \text{ kN} \\ R_Y = R_X = 0,9 \text{ kN} \end{array}$$

$$\sum X = H_A - 10 - R_Y = 0$$

$$H_A - 10 - 0,9 = 0$$

$$H_A = 10,9kN$$

$$M_{AL} = -M + 5V_A - 60 = 0$$

$$-M + 5 \cdot 16,5 - 60 = 0$$

$$M = 82,5 - 60$$

$$M = 22,5kNm$$

$$\sum Y = -V_A + 5 \cdot 5 + 10 - R_X - 10 \cdot 5 + R_5 = 0$$

$$-V_A + 5 \cdot 5 + 10 - 0,9 - 10 \cdot 5 + 32,4 = 0$$

$$V_A = 25 + 10 - 0,9 - 50 + 32,4$$

$$V_A = 16,5kN$$

Sprawdzenie:

$$M_1 = -M - 60 + 5 \cdot 5 \cdot 7,5 + 20 + 10 \cdot 6 - 12R_X - 10 \cdot 5 \cdot 14,5 + 17R_5 =$$

$$= -22,5 - 60 + 187,5 + 20 + 60 - 12 \cdot 0,9 - 725 + 17 \cdot 32,4 =$$

$$= -540 - 10,8 + 550,8 = 0$$

RÓWNANIA CHARAKTERYSTYCZNE:

Momenty:

Przedział: 1-2 $x \in (0,2)$

$$M_{(x1)} = V_a x - M$$

$$M_{(x1)} = 16,5x - 22,5$$

$$M_{(x1=0)} = -22,5kNm$$

$$M_{(x1=2)} = 33 - 22,5 = 10,5kNm$$

Przedział: 2-A $x \in (2,5)$

$$M_{(x2)} = V_a x - M - 60$$

$$M_{(x2)} = 16,5x - 22,5 - 60 = 16,5x - 82,5$$

$$M_{(x2=2)} = -49,5kNm$$

$$M_{(x2=5)} = 0$$

Przedział: A-3 $x \in (5,6)$

$$M_{(x3)} = V_a x - M - 60 - 5 \frac{(x-5)^2}{2}$$

$$M_{(x3)} = 16,5x - 82,5 - 5 \frac{(x-5)^2}{2}$$

$$M_{(x3=5)} = 0$$

$$M_{(x3=6)} = 14kNm$$

Siły tnące:

$$T_{(x1)} = V_a$$

$$T_{(x1)} = 16,5kN$$

$$T_{(x2)} = V_a$$

$$T_{(x2)} = 16,5kN$$

$$T_{(x3)} = V_a - 5(x-5)$$

$$T_{(x3)} = 16,5 - 5(x-5)$$

$$T_{(x3=5)} = 16,5kN$$

$$T_{(x3=6)} = 11,5kN$$

Siły osiowe:

$$N_{(x1)} = -H_a$$

$$N_{(x1)} = -10,9kN$$

$$N_{(x2)} = -H_a$$

$$N_{(x2)} = -10,9kN$$

$$N_{(x3)} = -H_a$$

$$N_{(x3)} = -10,9kN$$

Przedział: $5-4 \quad x \in (0,5)$

$$M_{(x4)} = -R_5 x + 10 \frac{x^2}{2}$$

$$M_{(x4)} = -32,4x + 10 \frac{x^2}{2}$$

$$M_{(x4=0)} = 0$$

$$M_{(x4=5)} = -37kNm$$

$$T_{(x4)} = R_5 - 10x$$

$$T_{(x4)} = 32,4 - 10x$$

$$T_{(x4=0)} = 32,4kN$$

$$T_{(x4)} = -17,6kN$$

$$N_{(x4)} = 0$$

Przedział: $4-B \quad x \in (5,7)$

$$M_{(x5)} = -R_5 x + 10 * 5(x - 2,5) + R_x (x - 5)$$

$$M_{(x5)} = -32,4x + 50(x - 2,5) + 0,9(x - 5)$$

$$M_{(x5=5)} = -162 + 125 = -37kNm$$

$$M_{(x5=7)} = -226,8 + 225 + 1,8 = 0$$

$$T_{(x5)} = R_5 - 10 * 5 - R_x$$

$$T_{(x5)} = 32,4 - 50 - 0,9$$

$$T_{(x5)} = -18,5kN$$

$$N_{(x5)} = -R_y$$

$$N_{(x5)} = -0,9kN$$

Przedział: $B-3 \quad x \in (7,11)$

$$M_{(x6)} = -R_5 x + 10 * 5 * (x - 2,5) + R_x (x - 5) - 5 \frac{(x - 7)^2}{2}$$

$$M_{(x6)} = -32,4x + 50(x - 2,5) + 0,9(x - 5) - 5 \frac{(x - 7)^2}{2}$$

$$M_{(x6=7)} = -226,8 + 225 + 1,8 = 0$$

$$M_{(x6=11)} = -356,4 + 425 + 5,4 - 40 = 34kNm$$

$$T_{(x6)} = R_5 - 10 * 5 - R_x + 5(x - 7)$$

$$T_{(x6)} = 32,4 - 50 - 0,9 + 5(x - 7)$$

$$T_{(x6=7)} = -18,5kN$$

$$T_{(x6=11)} = 1,5kN$$

$$N_{(x6)} = -R_y - 10$$

$$N_{(x6)} = -0,9 - 10$$

$$N_{(x6)} = -10,9kN$$

Określenie ekstremów i punktów przecięcia z osią:

Przedział: $B-3 \quad x \in (7,11)$

$$T_{(x6)} = 32,4 - 50 - 0,9 + 5(x - 7) = 0$$

$$-18,5 + 5x - 35 = 0$$

$$5x = 53,5$$

$$x = 10,7$$

$$M_{(x6=10,7)} = -32,4 * 10,7 + 50(10,7 - 2,5) + 0,9(10,7 - 5) - 5 \frac{(10,7 - 7)^2}{2}$$

$$M_{(x6=10,7)} = -346,68 + 410 + 5,13 - 34,225$$

$$M_{(x6=10,7)} = 34,225kNm$$

Przedział: $5-4 \quad x \in (0,5)$

$$T_{(x4)} = 32,4 - 10x = 0$$

$$10x = 32,4$$

$$x = 3,24$$

$$M_{(x4=3,24)} = -32,4 * 3,24 + 10 \frac{3,24^2}{2}$$

$$M_{(x4=3,24)} = -104,976 + 52,488$$

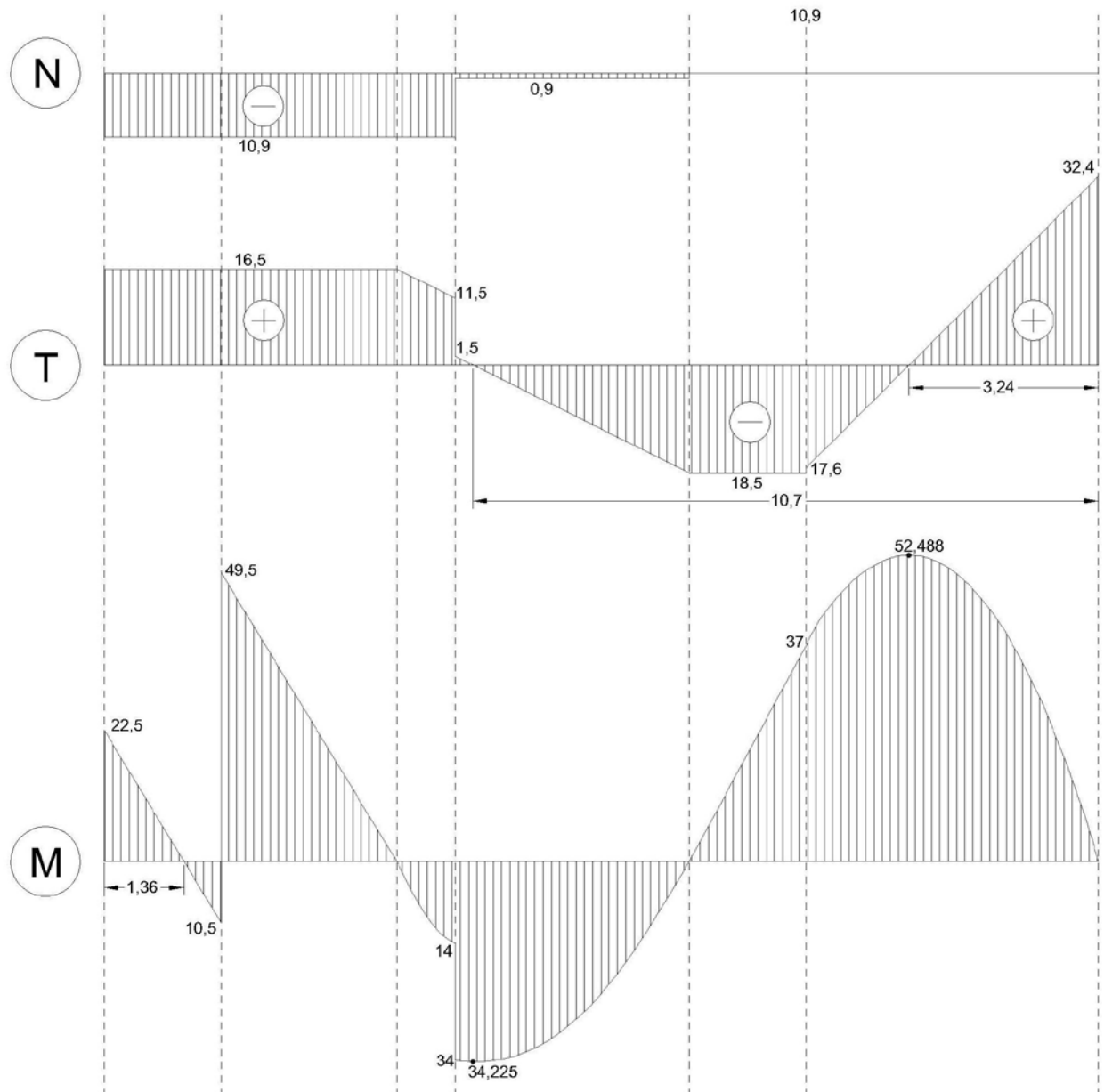
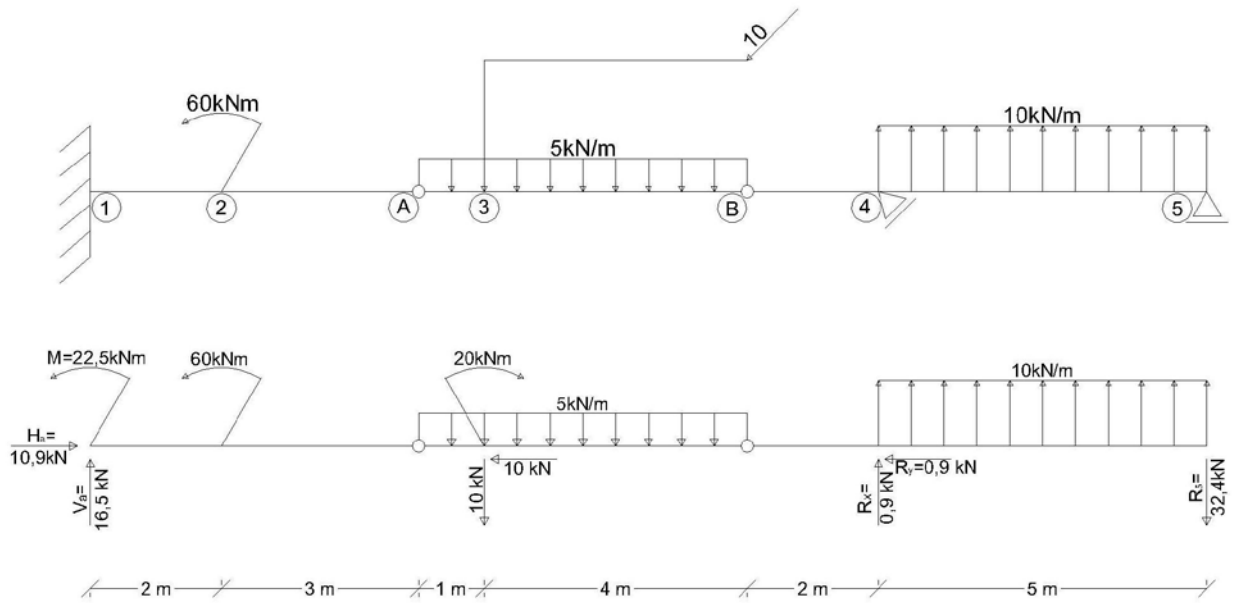
$$M_{(x4=3,24)} = -52,488kNm$$

Przedział: $1-2 \quad x \in (0,2)$

$$M_{(x1)} = 16,5x - 22,5 = 0$$

$$16,5x = 22,5$$

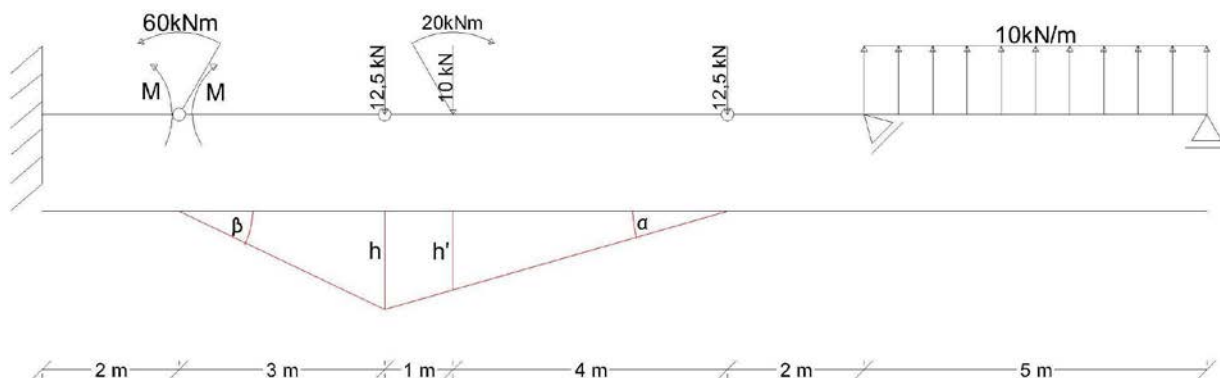
$$x = 1,36$$



ZASADA PRAC PRZYGOTOWANYCH:

- Dla przekroju alfa:

a) Momenty



$$\frac{h'}{4} = \frac{h}{5}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{5}$$

$$h' = \frac{4}{5}h$$

$$M \cdot \operatorname{tg} \beta - 60 \cdot \operatorname{tg} \beta + 12,5 \cdot h + 10 \cdot h' - 20 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$$

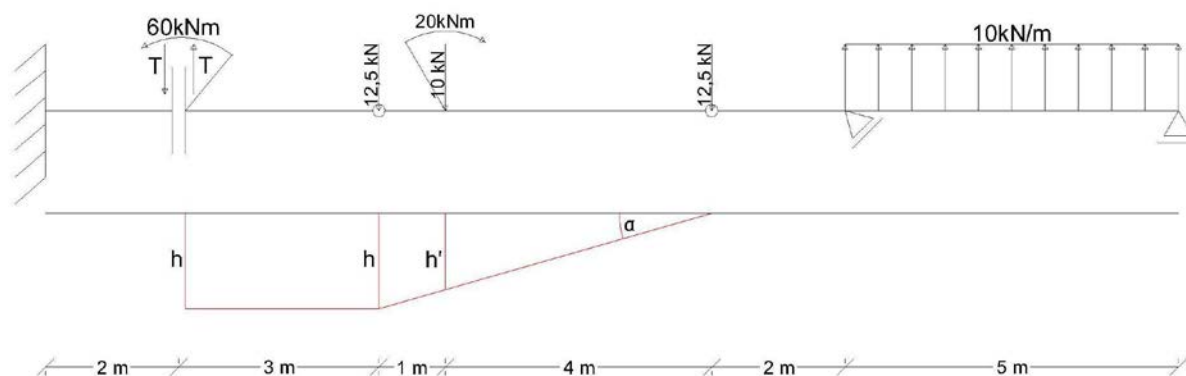
$$M \cdot \frac{h}{3} - 60 \cdot \frac{h}{3} + 12,5 \cdot h + 10 \cdot \frac{4}{5}h - 20 \cdot \frac{h}{5} = 0$$

$$\frac{M}{3} - 20 + 12,5 + 8 - 4 = 0$$

$$\frac{M}{3} = 3,5$$

$$M = 10,5 \text{ kNm}$$

b) Tnqce



$$\frac{h'}{4} = \frac{h}{5}$$

$$h' = \frac{4}{5}h$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{5}$$

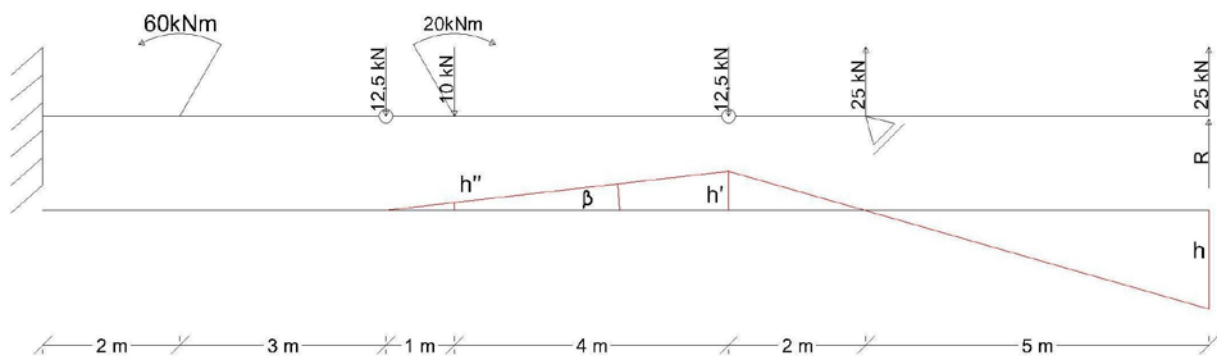
$$-T \cdot h + 12,5 \cdot h + 10 \cdot h' - 20 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$$

$$-T \cdot h + 12,5 \cdot h + 10 \cdot \frac{4}{5}h - 20 \cdot \frac{h}{5} = 0$$

$$-T + 12,5 + 8 - 4 = 0$$

$$T = 16,5 \text{ kN}$$

• Dla reakcji



$$\frac{h'}{2} = \frac{h}{5}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h'}{5}$$

$$\frac{h''}{1} = \frac{h'}{5}$$

$$h' = \frac{2}{5}h$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2}{5}h \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25}h$$

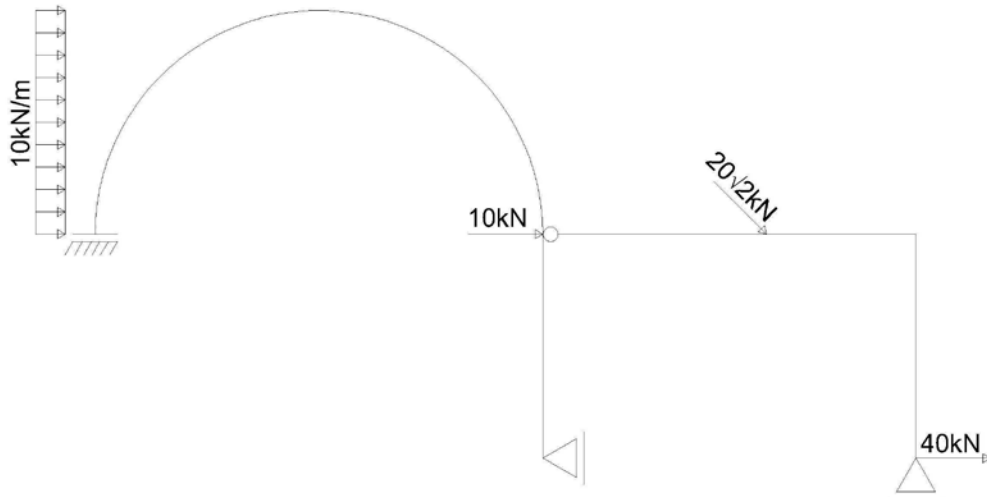
$$h'' = \frac{2}{5}h \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25}h$$

$$-10 \cdot h'' - 20 \cdot \operatorname{tg} \beta - 12,5 \cdot h' - 25 \cdot h - R \cdot h = 0$$

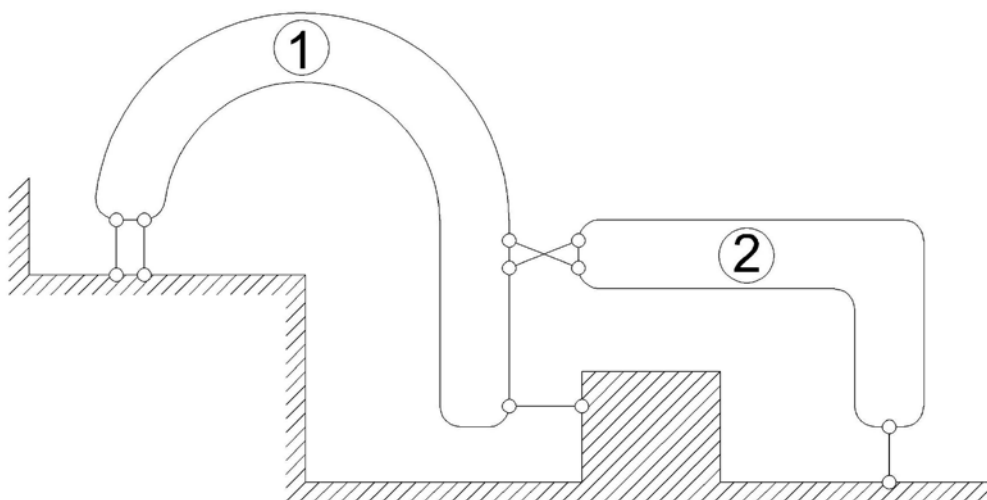
$$-10 \cdot \frac{2}{25}h - 20 \cdot \frac{2}{25}h - 12,5 \cdot \frac{2}{5}h - 25 \cdot h - R \cdot h = 0$$

$$-\frac{4}{5} - \frac{8}{5} - \frac{25}{5} - 25 = R$$

$$-32,4 \text{ kN} = R$$



SPRAWDZENIE GEOMETRYCZNEJ ZMIENNOŚCI I STATYCZNEJ WYZNACZALNOŚCI UKŁADU:



Warunek ilościowy geometrycznej niezmienności:

$$e = 3t$$

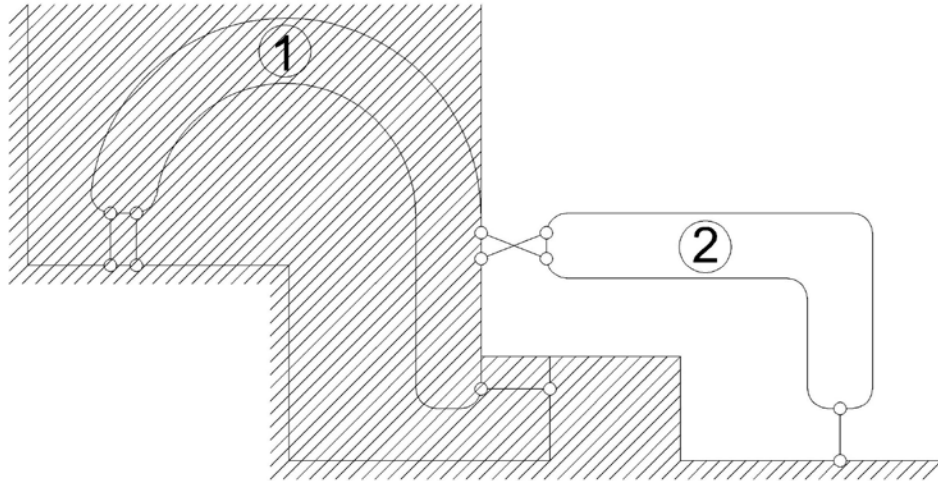
gdzie:

e – liczba wiezi

t – liczba tarcz

$$6 = 3 \cdot 2$$

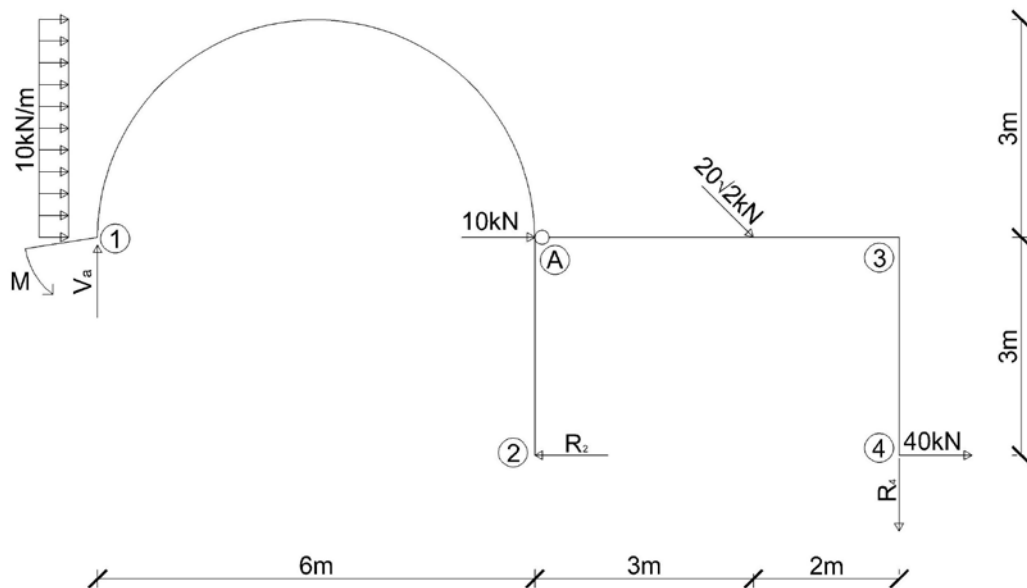
Tarcza pierwsza z ostoją tworzą jedną tarczą. Wynika to z twierdzenia o dwóch tarczach. Jeżeli dwie tarcze połączone są trzema więziami i więzi te nie przecinają się w jednym punkcie ani nie są do siebie równoległe to dwie tarcze można zastąpić jedną.



Tarcza druga z ostoją tworzą jedną tarcza. Wynika to z twierdzenia o dwóch tarczach. Jeżeli dwie tarcze połączone są trzema więziami i więzi te nie przecinają się w jednym punkcie ani nie są do siebie równoległe to dwie tarcze można zastąpić jedną.

Wniosek: układ jest geometrycznie nie zmienny i statycznie wyznaczalny.

WYZNACZANIE REAKCJI PODPOROWYCH:



Równania równowagi:

$$M_{AP} = 0$$

$$M_{AP} = 5R_4 - 40 \cdot 3 + 20 \cdot 3$$

$$\sum Y = 0$$

$$\sum Y = R_4 + 20 - V_a$$

$$\sum X = 0$$

$$\sum X = 40 + 20 - R_2 + 10 + 10 \cdot 3$$

$$M_4 = 0$$

$$M_4 = 20 \cdot 3 - 20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + V_a \cdot 11 + 10 \cdot 3 \cdot 4,5 - M$$

$$M_{AP} = 5R_4 - 40 \cdot 3 + 20 \cdot 3 = 0$$

$$5R_4 - 120 + 60 = 0$$

$$5R_4 = 60$$

$$R_4 = 12kN$$

$$\sum Y = R_4 + 20 - V_a = 0$$

$$12 + 20 - V_a = 0$$

$$32 - V_a = 0$$

$$V_a = 32kN$$

$$\sum X = 40 + 20 - R_2 + 10 + 10 \cdot 3 = 0$$

$$60 - R_2 + 10 + 30 = 0$$

$$-R_2 + 100 = 0$$

$$R_2 = 100kN$$

$$M_4 = 20 \cdot 3 - 20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + V_a \cdot 11 + 10 \cdot 3 \cdot 4,5 - M = 0$$

$$60 - 40 + 30 + 32 \cdot 11 + 135 - M = 0$$

$$60 - 40 + 30 + 352 + 135 - M = 0$$

$$537 - M = 0$$

$$M = 537kNm$$

Sprawdzenie:

$$M_1 = -M + 10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 3R_2 + 20 \cdot 9 - 3 \cdot 40 + 11R_4 =$$

$$= -537 + 45 + 3 \cdot 100 + 180 - 120 + 11 \cdot 12 =$$

$$= -537 + 45 + 300 + 180 - 120 + 132 = 0$$

$$M_{(x1=3)} = 120kNm$$
$$M_{(x2=2)} = 96kNm$$
$$M_{(x3=5)} = 0$$
$$M_{(x4=3)} = -300kNm$$
$$T_{(x4)} = 100kN$$
$$N_{(x4)} = 0$$

Przedział: $A-6 \quad \alpha \in (0,90)$

$$M_{(\alpha)} = -30 \cdot 3 \cdot \sin \alpha - 32 \cdot (3 - 3 \cdot \cos \alpha) - 300$$

$$M_{(\alpha=0)} = -300 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=15)} = -326,5 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=30)} = -357,8 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=45)} = -391,7 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=60)} = -425,9 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=75)} = -458 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=90)} = -486 \text{ kNm}$$

$$T_{(\alpha)} = \cos \alpha \cdot 30 + \sin \alpha \cdot 32$$

$$T_{(\alpha=0)} = 30 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=15)} = 37,26 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=30)} = 41,98 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=45)} = 41,98 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=60)} = 41,98 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=75)} = 38,67 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=90)} = 32 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha)} = \cos \alpha \cdot 32 - \sin \alpha \cdot 30$$

$$N_{(\alpha=0)} = 32 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=15)} = 23,16 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=30)} = 12,71 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=45)} = 1,41 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha \approx 46.5)} = 0 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=60)} = -9,98 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=75)} = -20,69 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=90)} = -30 \text{ kN}$$

Przedział: $1-6 \quad \alpha \in (0,90)$

$$M_{(\alpha)} = -10 \cdot \frac{(3 \cdot \sin \alpha)^2}{2} + 32 \cdot (3 - 3 \cdot \cos \alpha) - 537$$

$$M_{(\alpha=0)} = -537 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=15)} = -536,7 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=30)} = -535,3 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=45)} = -531,3 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=60)} = -522,7 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=75)} = -507,8 \text{ kNm}$$

$$M_{(\alpha=90)} = -486 \text{ kNm}$$

$$T_{(\alpha)} = \sin \alpha \cdot 32 - \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot 3 \cdot 10$$

$$T_{(\alpha=0)} = 0 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=15)} = 0,78 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=30)} = 3,01 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=45)} = 7,63 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=60)} = 14,72 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=75)} = 23,41 \text{ kN}$$

$$T_{(\alpha=90)} = 32 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha)} = -\cos \alpha \cdot 32 - 3 \cdot \sin^2 \alpha \cdot 10$$

$$N_{(\alpha=0)} = -32 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=15)} = -32,9 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=30)} = -35,21 \text{ kN}$$

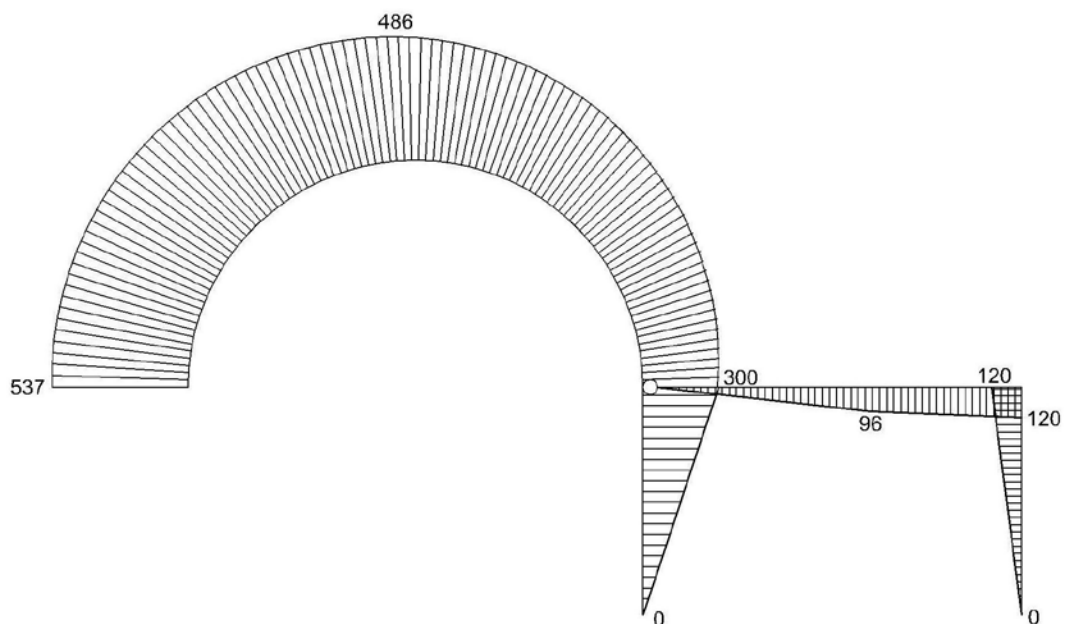
$$N_{(\alpha=45)} = -37,62 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=60)} = -38,5 \text{ kN}$$

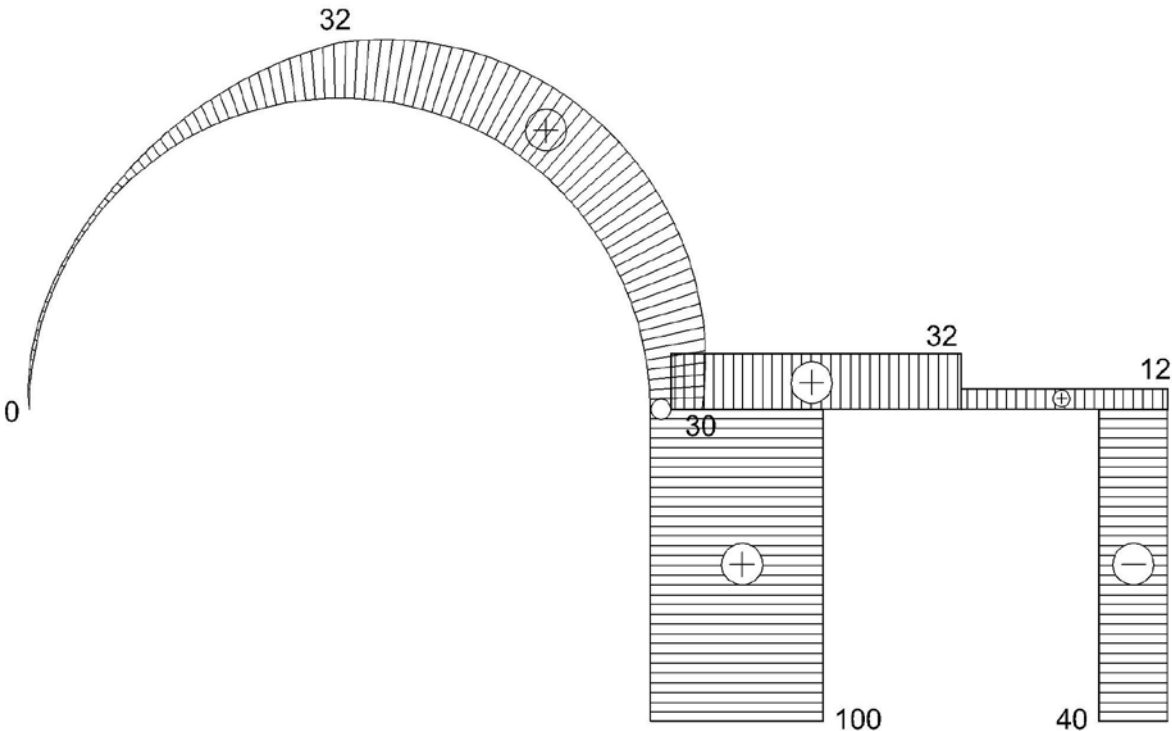
$$N_{(\alpha=75)} = -36,3 \text{ kN}$$

$$N_{(\alpha=90)} = -30 \text{ kN}$$

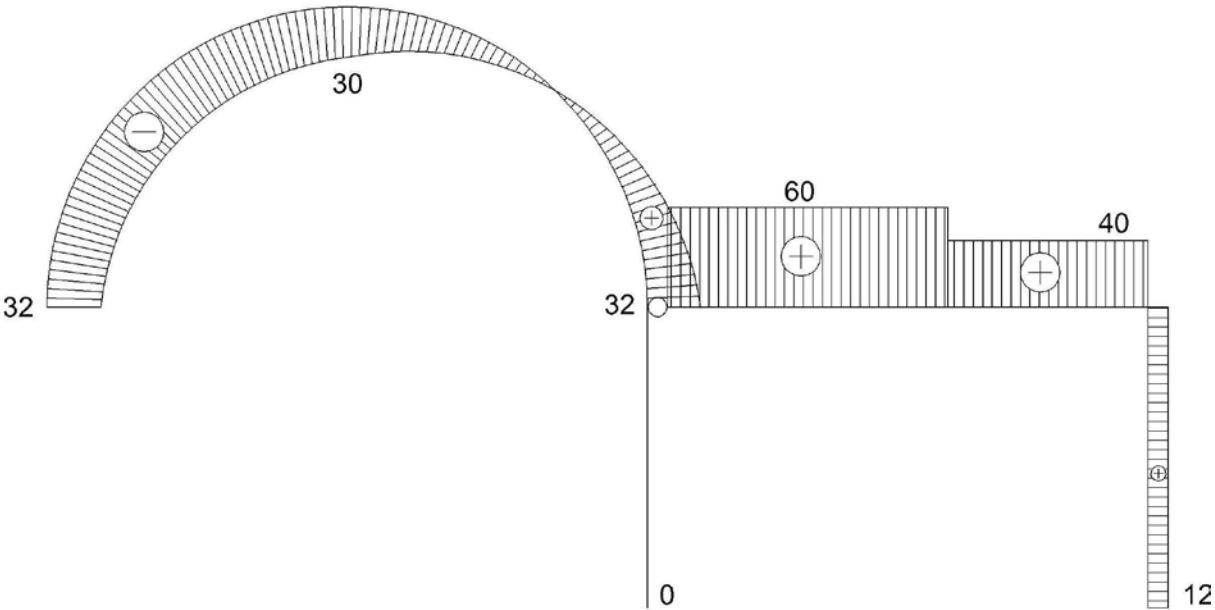
Wykres momentów



Wykres sił tnących

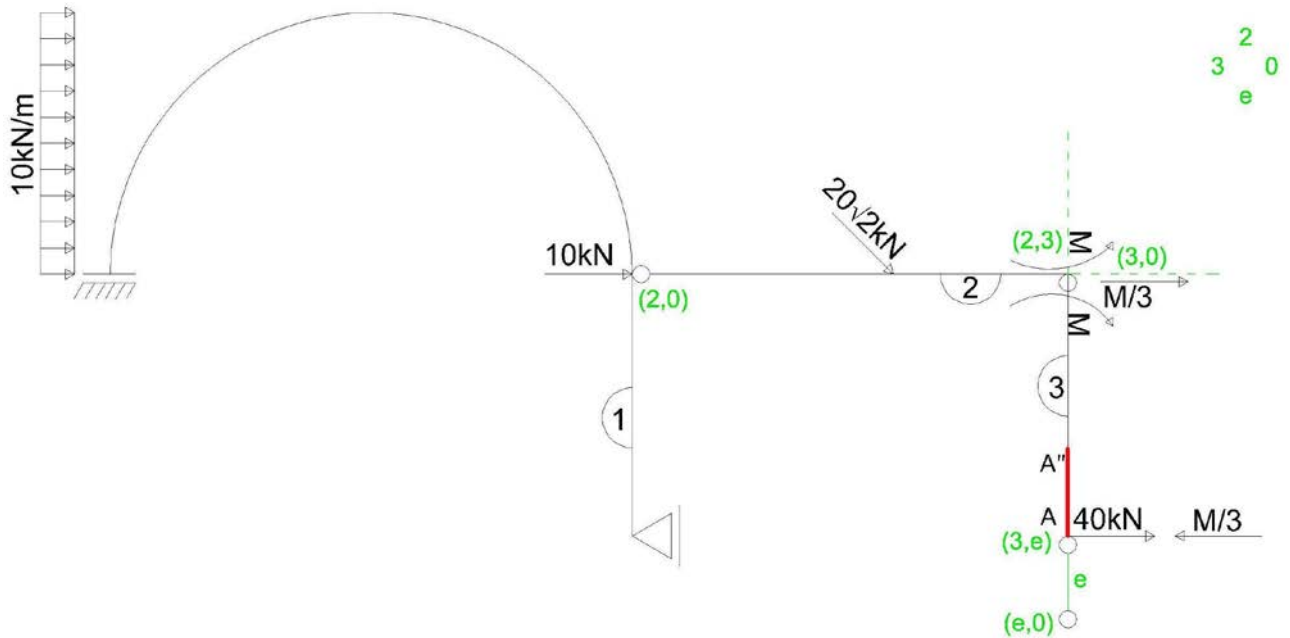


Wykres sił osiowych



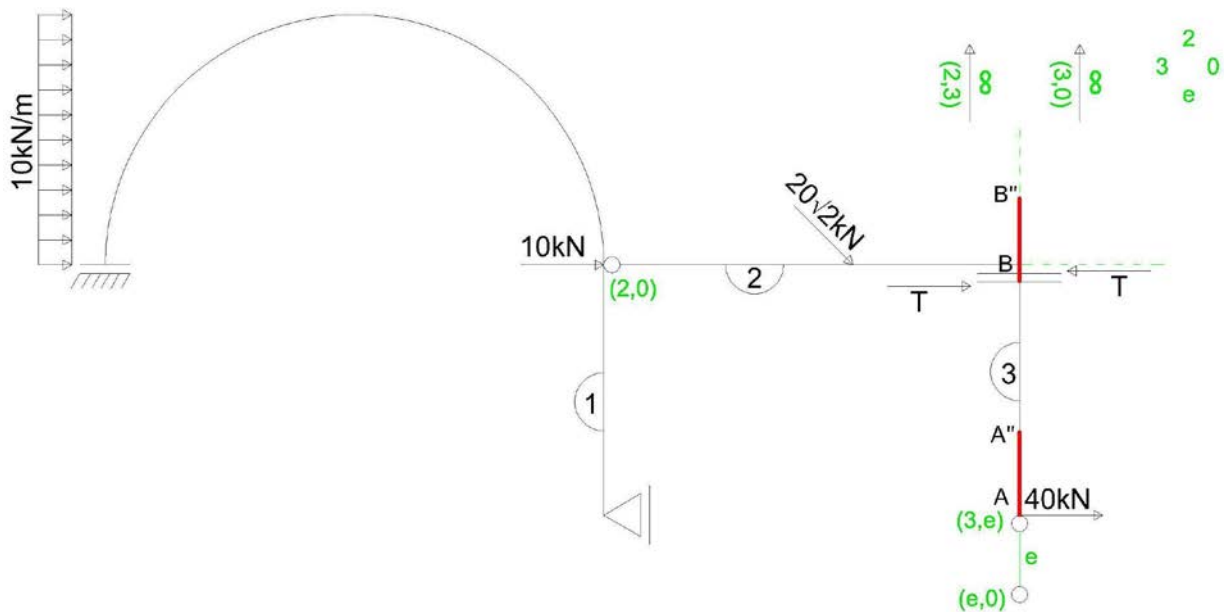
ZASADA PRAC PRZYGOTOWANYCH:

- Dla przekroju alfa:
a) Momenty



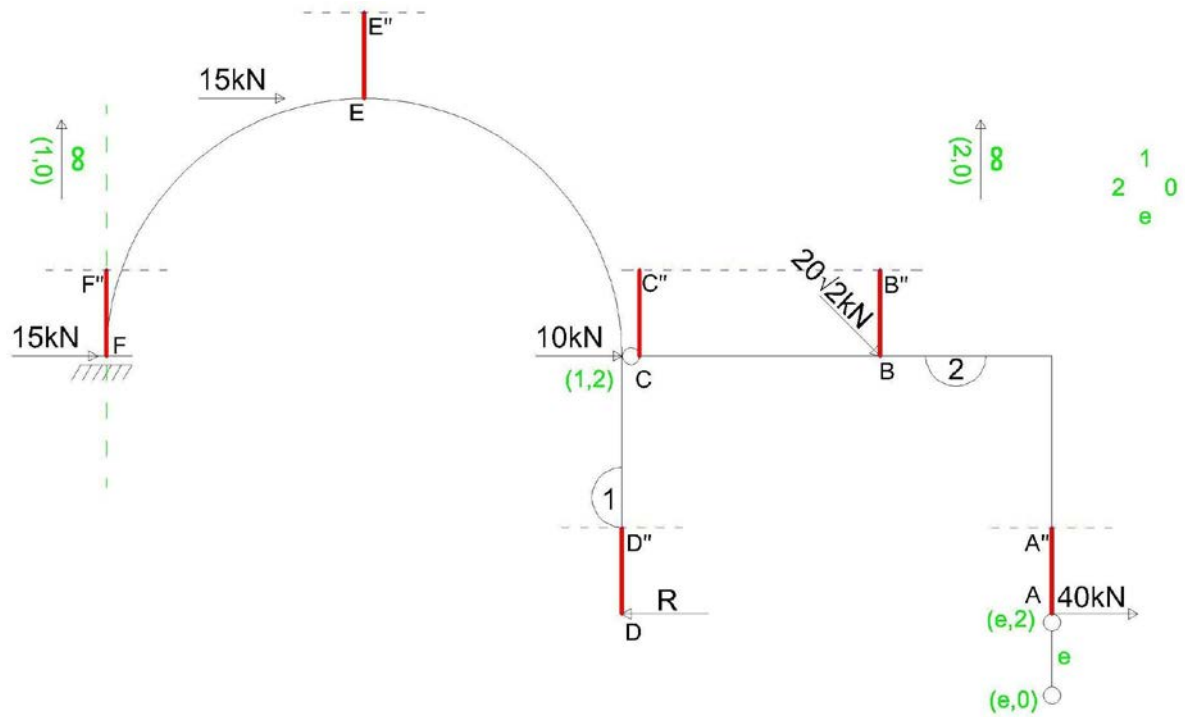
$$\begin{aligned}
 |AA''| &= \Delta & 40 \cdot \Delta - \frac{M}{3} \cdot \Delta &= 0 & 40 &= \frac{M}{3} & M &= 120 \text{ kNm} \\
 |AA''| &= |BB''|
 \end{aligned}$$

- b) Tnące



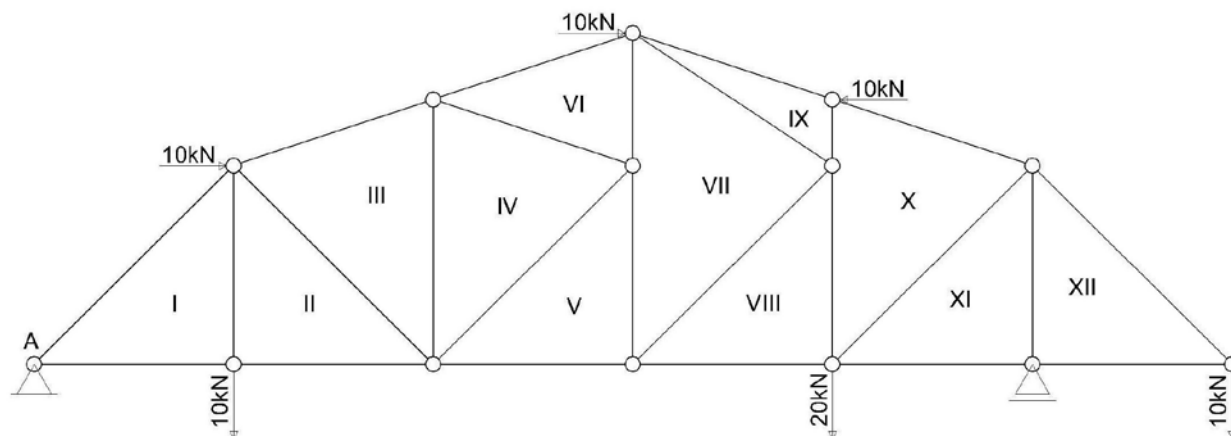
$$\begin{aligned}
 |AA''| &= \Delta & -40 \cdot \Delta - T \cdot \Delta &= 0 & -40 - T &= 0 & T &= -40 \text{ kN} \\
 |AA''| &= |BB''|
 \end{aligned}$$

- Dla reakcji



$$\begin{aligned}
 |AA''| &= \Delta \\
 |AA''| &= |BB''| \\
 |AA''| &= |CC''| \\
 |AA''| &= |DD''| \\
 |AA''| &= |EE''| \\
 |AA''| &= |FF''|
 \end{aligned}
 \begin{aligned}
 -40 \cdot \Delta - 20 \cdot \Delta - 10 \cdot \Delta - 15 \cdot \Delta - 15 \cdot \Delta + R \cdot \Delta &= 0 \\
 -40 - 20 - 10 - 15 - 15 &= -R \\
 -100 &= -R \\
 100 \text{ kN} &= R
 \end{aligned}$$

SPRAWDZENIE GEOMETRYCZNEJ ZMIENNOŚCI I STATYCZNEJ WYZNACZALNOŚCI UKŁADU:



Warunek ilościowy geometrycznej niezmienności:

$$R + P = 2W$$

Gdzie:

R – ilość reakcji

P – ilość prętów

W – ilość węzłów

$$3 + 25 = 2 \cdot 14$$

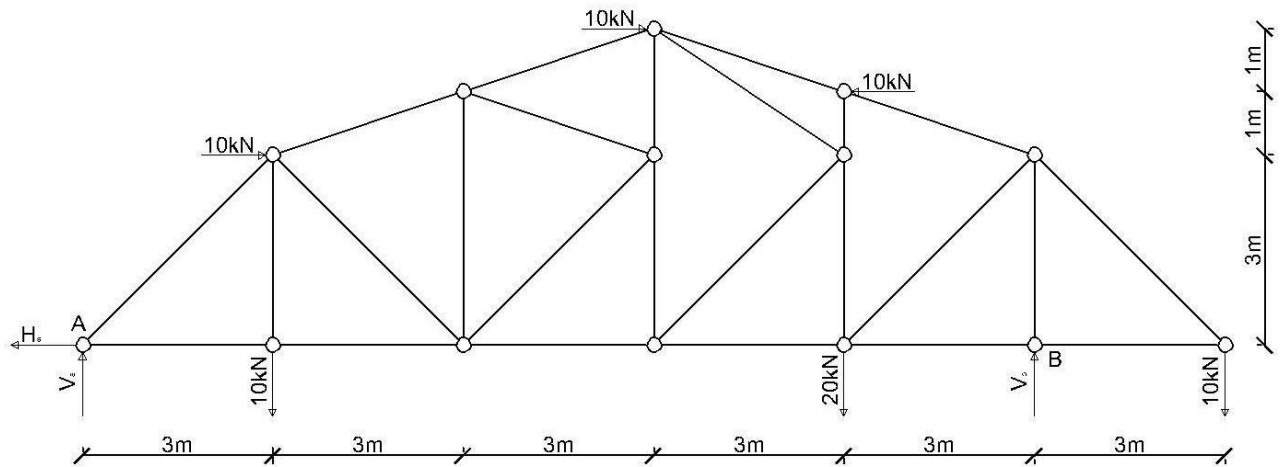
Traktując każdy pręt jako tarcze możemy stwierdzić że układ jest geometrycznie niezmienny. Gdyż 3 tarcze połączone ze sobą przegubami tworzą jedną tarczę. Idąc po kolei jak na rysunku za każdym razem korzystamy z twierdzenia o trzech tarczach przez co można stwierdzić że górna część kratownicy jest jedną tarczą.

Górna część kratownicy jest przymocowana 3 witeziami do podłoża które nie są zbieżne do jednego punktu i nie są równoległe do siebie z czego możemy stwierdzić że kratownica z ostoją tworzą niezmienny układ.

Wniosek:

Układ jest geometrycznie niezmienny i statycznie wyznaczalny.

WYZNACZANIE REAKCJI PODPOROWYCH:



Równania równowagi:

$$\begin{aligned} M_A &= 0 & M_A &= 3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 - 4 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 12 \cdot 20 - 15 \cdot V_b + 18 \cdot 10 \\ \sum Y &= 0 & \sum Y &= V_a + V_b - 10 - 20 - 10 \\ \sum X &= 0 & \sum X &= -H_a + 10 + 10 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_A &= 3 \cdot 10 + 5 \cdot 10 - 4 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 12 \cdot 20 - 15 \cdot V_b + 18 \cdot 10 = 0 \\ 30 + 50 - 40 + 30 + 240 + 180 &= 15 \cdot V_b \\ 490 &= 15 \cdot V_b \\ V_b &= 32 \frac{2}{3} \text{ kN} \end{aligned}$$

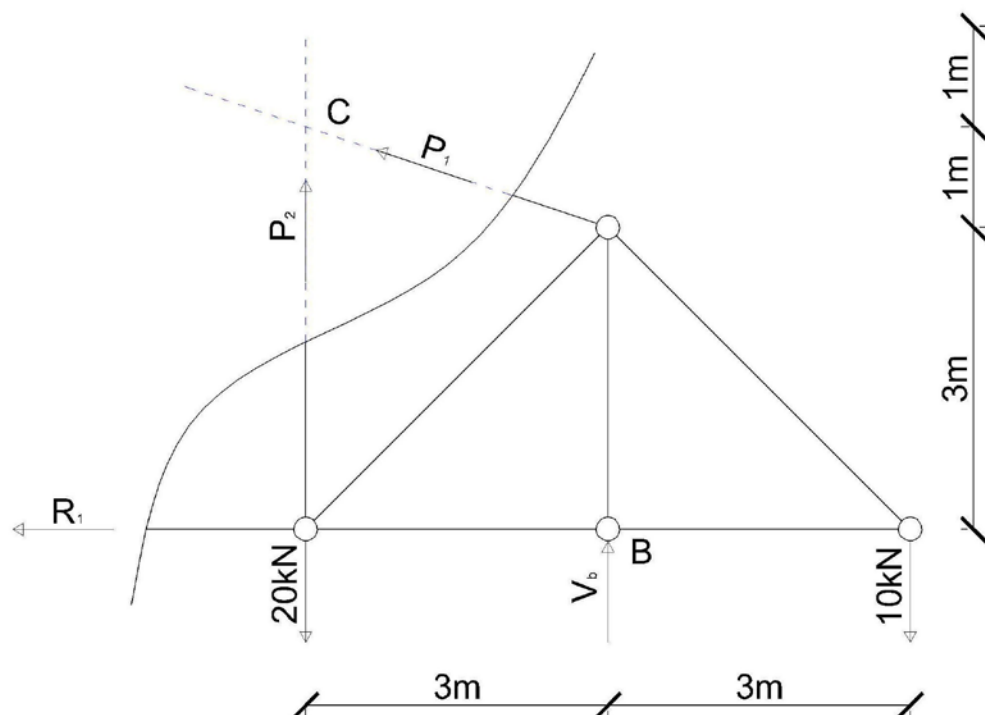
$$\begin{aligned} \sum Y &= V_a + V_b - 10 - 20 - 10 = 0 \\ V_a + 32 \frac{2}{3} - 10 - 20 - 10 &= 0 \\ V_a &= 7 \frac{1}{3} \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum X &= -H_a + 10 + 10 - 10 = 0 \\ -H_a + 10 + 10 - 10 &= 0 \\ H_a &= 10 \text{ kN} \end{aligned}$$

Sprawdzenie

$$\begin{aligned} M_G &= 6 \cdot V_A + 4 \cdot H_A - 10 \cdot 1 - 10 \cdot 3 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 6 - 9 \cdot V_B + 10 \cdot 12 = \\ &= 6 \cdot 7 \frac{1}{3} + 4 \cdot 10 - 10 - 30 + 10 + 120 - 9 \cdot 32 \frac{2}{3} + 120 = \\ &= 44 + 40 - 10 - 30 + 10 + 120 - 294 + 120 = 0 \end{aligned}$$

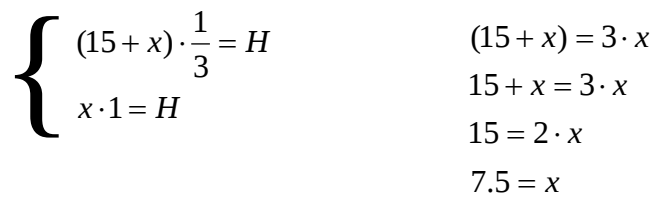
OBLICZANIE SIŁ WE WSKAZANYCH PRĘTACH METODA ANALITYCZNA:



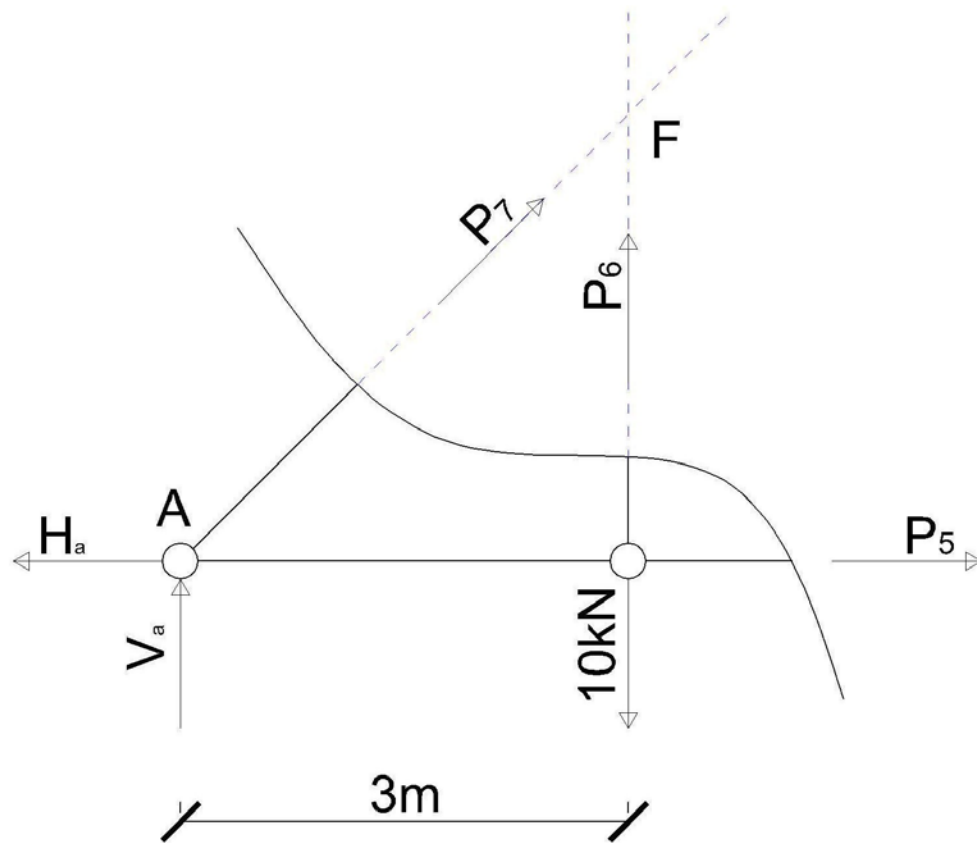
$$M_C = 4 \cdot R_1 + 6 \cdot 10 - 3 \cdot 32 \frac{2}{3} = 0$$

$$4 \cdot R_1 = 98 - 60 = 38$$

$$R_1 = 9,5 \text{ kN}$$



$$-\frac{12\sqrt{10}}{5}kN = P_4$$

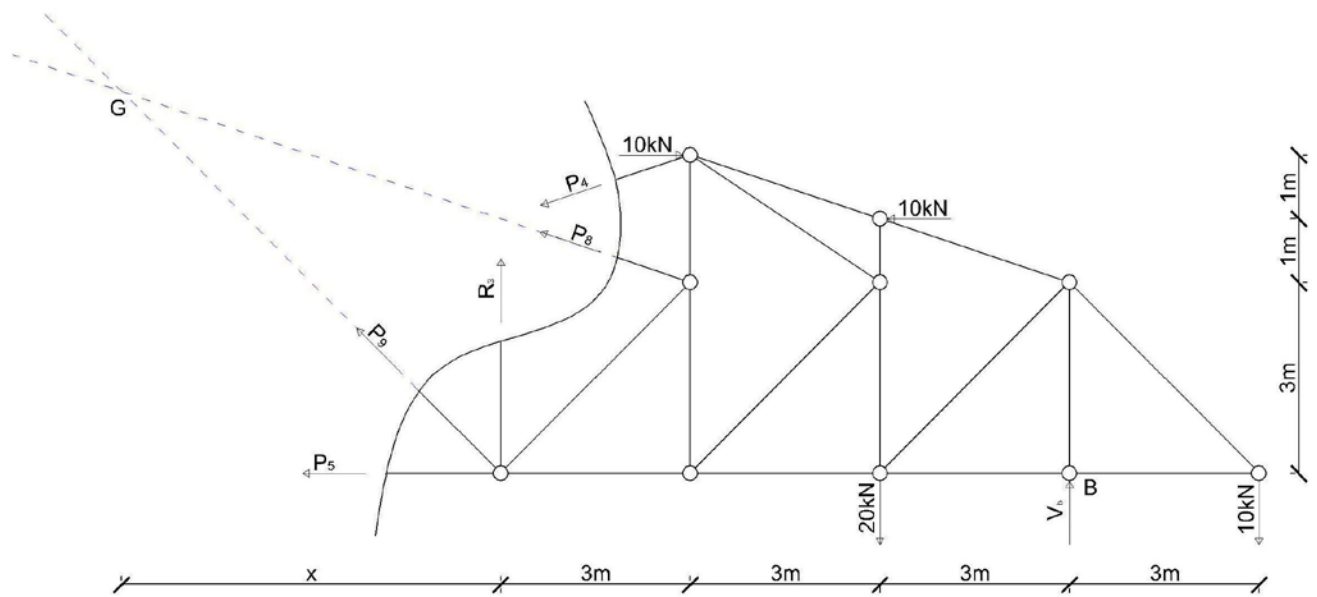


$$M_F = -3 \cdot P_5 + 3 \cdot H_a + 3 \cdot V_a = 0$$

$$3 \cdot 10 + 3 \cdot 7 \frac{1}{3} = 3 \cdot P_5$$

$$30 + 22 = 3 \cdot P_5$$

$$17 \frac{1}{3} \text{ kN} = P_5$$



$$\begin{cases} (12+x) \cdot \frac{1}{3} = H \\ x \cdot 1 = H \end{cases} \quad \begin{aligned} (12+x) &= 3 \cdot x \\ 12+x &= 3 \cdot x \\ 12 &= 2 \cdot x \\ 6 &= x \end{aligned}$$

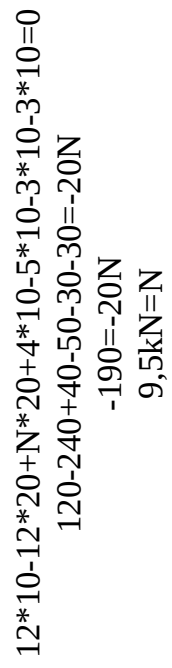
$$M_G = 6 \cdot P_5 - 6R_3 + 1 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} P_4 + 9 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} P_4 - 10 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 20 \cdot 12 - V_B \cdot 15 + 10 \cdot 18 = 0$$

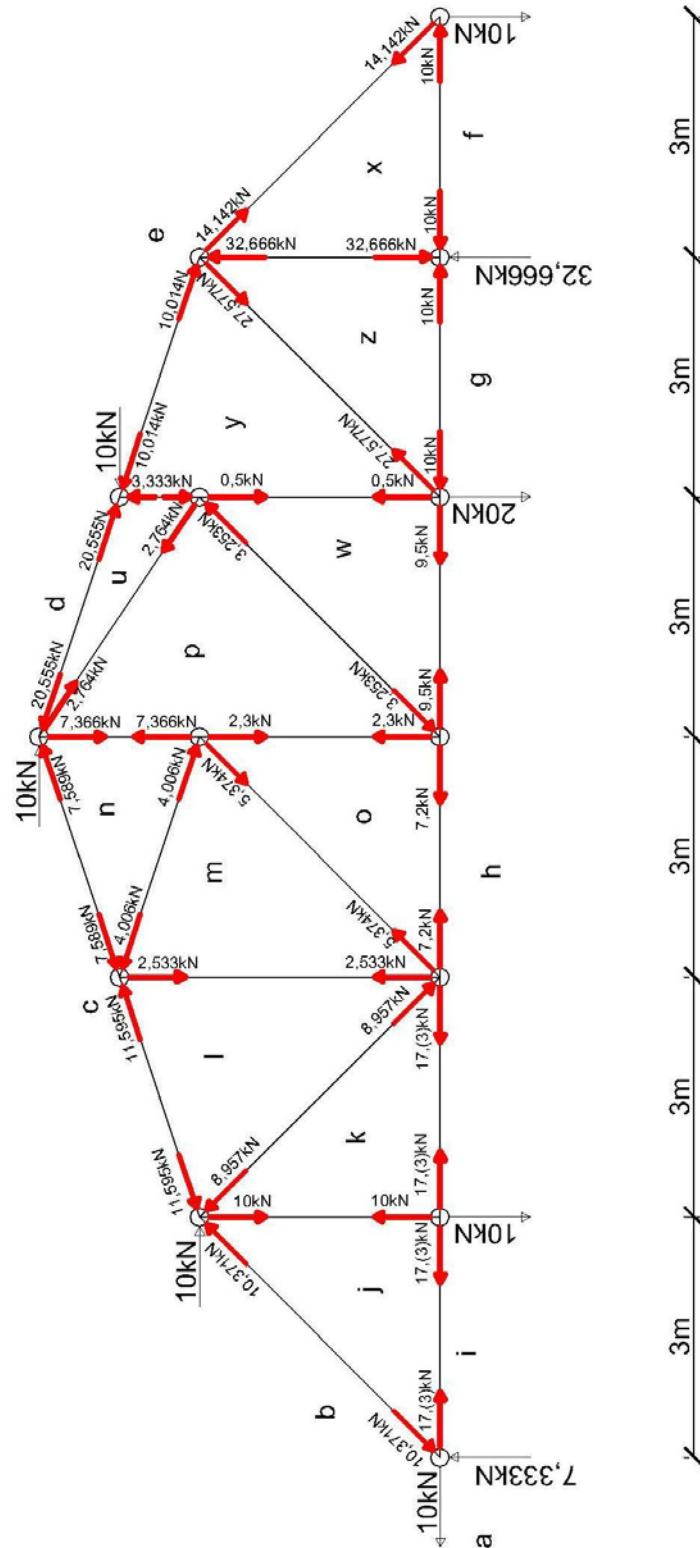
$$6 \cdot 17 \frac{1}{3} - \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{12\sqrt{10}}{5} - 9 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \frac{12\sqrt{10}}{5} - 10 + 20 + 240 - 32 \frac{2}{3} \cdot 15 + 180 = 6R_3$$

$$104 - \frac{36}{5} - \frac{108}{5} - 10 + 20 + 240 - 490 + 180 = 6R_3$$

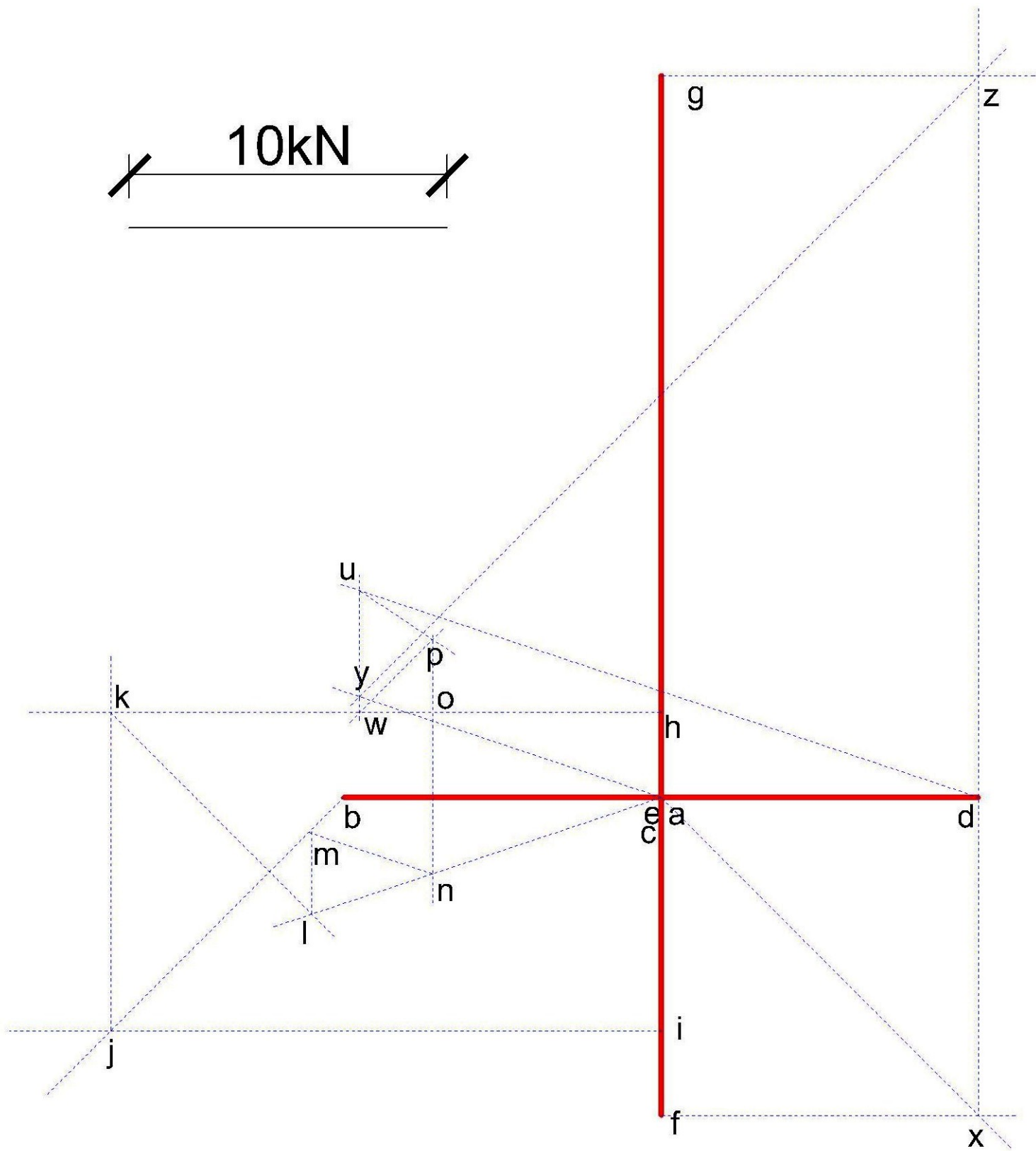
$$15 \frac{1}{5} = 6R_3$$

$$2 \frac{8}{15} \text{ kN} = R_3$$

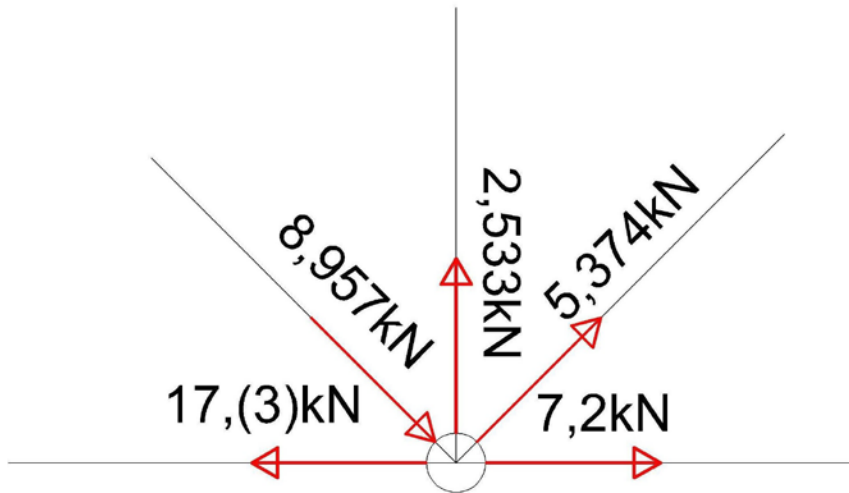




10kN



SPRAWDZENIE RÓWNOWAGI WĘZŁA:



$$\begin{aligned}\sum X &= -17,(3) + 7,2 + \frac{8,957}{\sqrt{2}} + \frac{5,374}{\sqrt{2}} = \\ &= -17,(3) + 7,2 + 6,333 + 3,799 \cong 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum Y &= 2,533 - \frac{8,957}{\sqrt{2}} + \frac{5,374}{\sqrt{2}} = \\ &= 2,533 - 6,333 + 3,799 \cong 0\end{aligned}$$